

$$M_1 = 20 \text{ kNm}$$

$$M_4 = 0$$

### Momenti inercije

$$I_1 = \frac{0.3 * 0.4^3}{12} = 0.0016 \text{ m}^4$$

$$I_2 = I_3 = \frac{0.3 * 0.5^3}{12} = 0.003125 \text{ m}^4$$

$$I_4 = \frac{0.3 * 0.6^3}{12} = 0.0054 \text{ m}^4$$

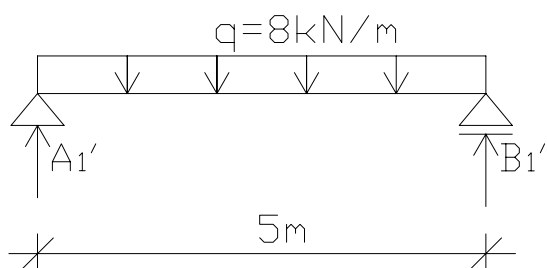
$$I_C = 0.0016 \text{ m}^4$$

### Redukcija dužina

$$l_1' = l_1 \frac{I_C}{I_2} = 5 * \frac{0.0016}{0.003125} = 2.564 \text{ m}$$

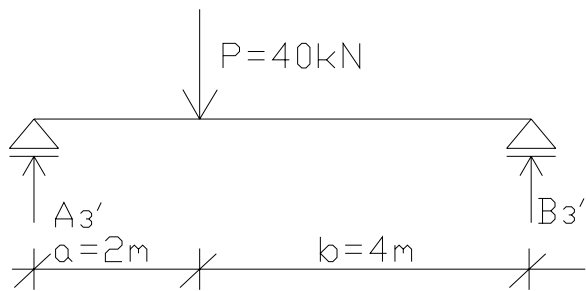
$$l_2' = l_2 \frac{I_C}{I_3} = 4 * \frac{0.0016}{0.003125} = 2.051 \text{ m}$$

$$l_3' = l_3 \frac{I_C}{I_4} = 6 * \frac{0.0016}{0.0054} = 1.777 \text{ m}$$



$$A_1' = B_1' = \frac{ql_2^3}{24} = \frac{8 * 5^3}{24} = 41.66 \text{ kNm}^2$$

$$A_2' = B_2' = 0$$



$$A_3' = \frac{40ab}{6L}(2L - a) = \frac{40 \cdot 2 \cdot 4}{6 \cdot 6}(2 \cdot 6 - 2) = 88.88 \text{ kNm}^2$$

$$B_3' = \frac{Pab}{6L}(L + a) = \frac{40 \cdot 2 \cdot 4}{6 \cdot 6}(6 + 2) = 71.11 \text{ kNm}^2$$

$$B_1'' = \frac{I_C}{I_2} \quad B_1' = 21.36 \text{ kN}$$

$$A_3'' = A_3' \cdot \frac{I_C}{I_4} = 26.33 \text{ kN}$$

#### KLAPEJRONOVE JEDNAČINE

$$l_1' \cdot M_1 + 2(l_1' + l_2')M_2 + l_2' \cdot M_3 = -6D_1 \quad M_1 = 20 \text{ kNm}$$

$$l_2' \cdot M_2 + 2(l_2' + l_3')M_3 + l_3' \cdot M_4 = -6D_2 \quad M_4 = 0$$

$$2.56 \cdot 20 + 2(2.56 + 2.05)M_2 + 2.05M_3 = -6 \cdot 21.36$$

$$2.05M_2 + 2(2.05 + 1.77)M_3 + 1.77 \cdot 0 = -6 \cdot 26.33$$

$$2.05M_3 + 9.22M_2 + 179.36 = 0$$

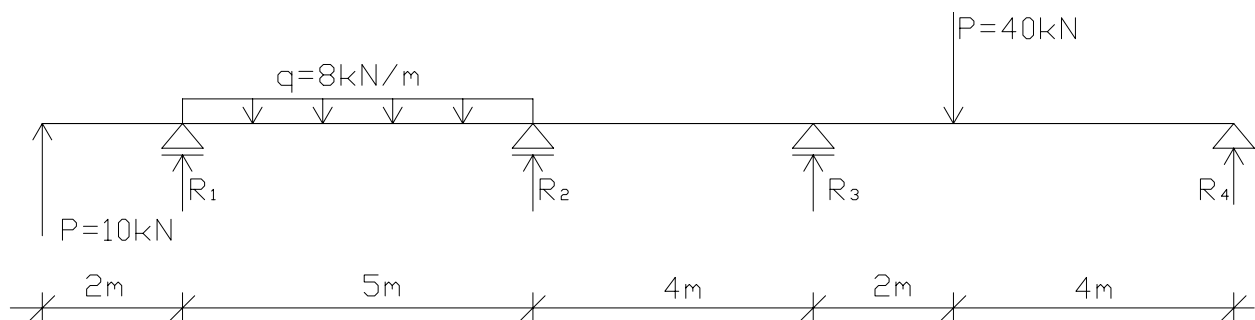
$$7.64M_3 + 2.05M_2 + 157.98 = 0$$

$$M_3 = -4.49M_2 - 87.49$$

$$-34.3M_2 - 668.42 + 2.05M_2 + 157.98 = 0$$

$$M_2 = -15.82 \text{ kNm}$$

$$M_3 = -16.42 \text{ kNm}$$



$$M_2 = -15.82 \Rightarrow \sum R_1 \cdot 5 + 10 \cdot 7 - 8 \cdot 5 \cdot 2.5 = -15.82 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow R_1 = 2.83 \text{ kN}$$

$$M_3 = -16.42 \Rightarrow^D R_4 * 6 - 40 * 2 = -16.42$$

$$\Rightarrow R_4 = 10.59 \text{ kN}$$

$$M_2 = -15.82 \Rightarrow^D 105.9 * -240 + R_3 * 4 = -15.82$$

$$\Rightarrow R_3 = 29.57 \text{ kN}$$

$$M_3 = -16.42 \Rightarrow^L 110 + 25.47 - 260 + R_2 * 4 = -16.42$$

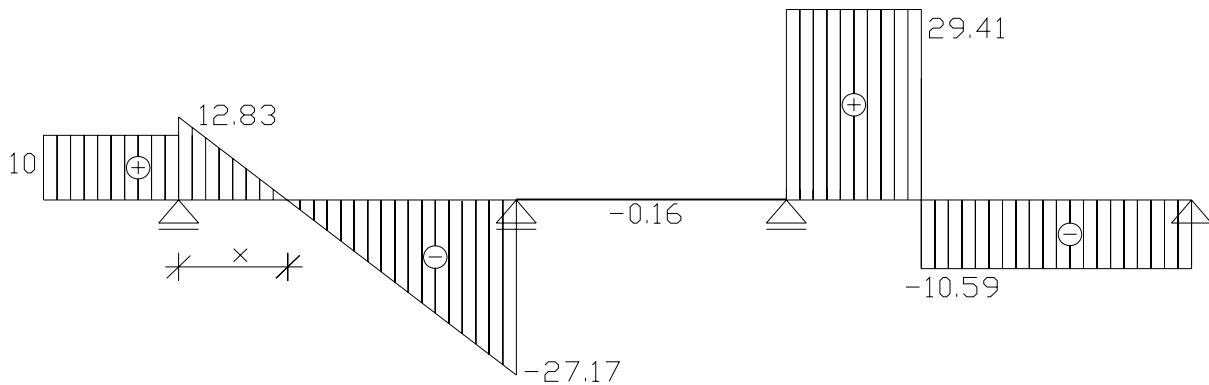
$$\Rightarrow R_2 = 27.02 \text{ kN}$$

provjera:  $\Sigma Y = 0$

$$2.83 + 10.59 + 29.57 + 27.02 = -10 + 40 + 40$$

$$70.0 = 70.0$$

T



$$\frac{12.83}{x} = \frac{27.17}{5-x} \Rightarrow x = 1.603 \text{ m}$$

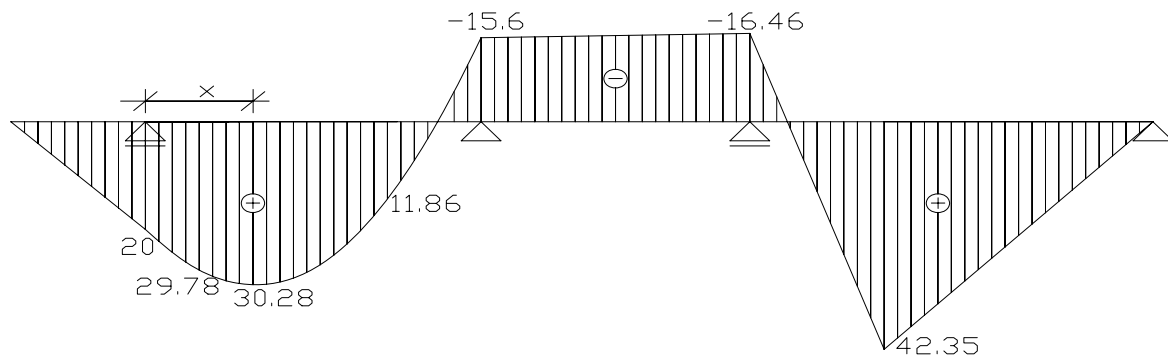
$$M_{\max} = 10 * 3.603 + 2.83 * 1.603 - \frac{8 * 1.603^2}{2}$$

$$M_{\max} = 30.28 \text{ kNm}$$

$$x = 1.25 \text{ m} \quad M = 29.78 \text{ kNm}$$

$$x = 3.75 \text{ m} \quad M = 11.86 \text{ kNm}$$

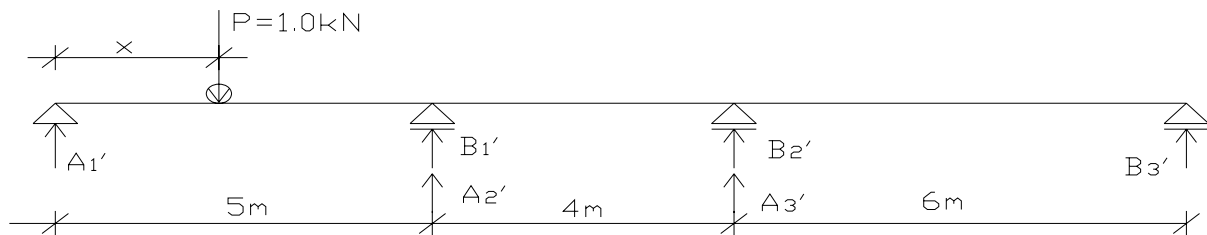
M



## UTICAJNE LINIJE

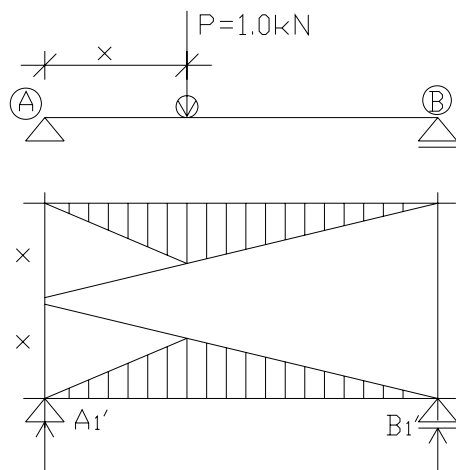
a) za oslonačke momente

i) sila  $P=1.0\text{kN}$  u I polju



$$A_1' \neq B_1' \neq 0 \quad A_2' = B_2' = A_3' = B_3' = 0$$

$$D_1 = B_1' \quad D_2 = 0$$



$$M_A = 0$$

$$B_1' \cdot l_1 - \left( 0.5 \cdot l_1 \cdot x \cdot \frac{l_1}{3} - 0.5 \cdot x \cdot x \cdot \frac{x}{3} \right) = 0$$

$$B_1' = \frac{l_1^2}{6} \frac{x}{l_1} \left( 1 - \frac{x^2}{l_1^2} \right) \quad \text{smjena} \quad \frac{x}{l_1} = \xi$$

$$B_1' = \frac{l_1^2}{6} \xi (1 - \xi^2) \Rightarrow B_1' = \frac{l_1^2}{6} \omega_D = \frac{25}{6} \omega_D$$

$$B_1'' = B_1' \frac{I_C}{I_2} = \frac{25}{6} \omega_D \cdot 0.512 = 2.133 \omega_D \quad D_1' = 2.133 \omega_D$$

# KLAPEJRONOVE JEDNAČINE

$$l_1' * M_1 + 2(l_1' + l_2')M_2 + l_2' * M_3 = -6D_1'$$

$$M_1 = 0$$

$$l_2' * M_2 + 2(l_2' + l_3')M_3 + l_3' * M_4 = -6D_2'$$

$$M_4 = 0$$

$$9.23M_2 + 2.05M_3 = -12.79 \omega_D$$

$$2.05M_2 + 7.65M_3 = 0$$

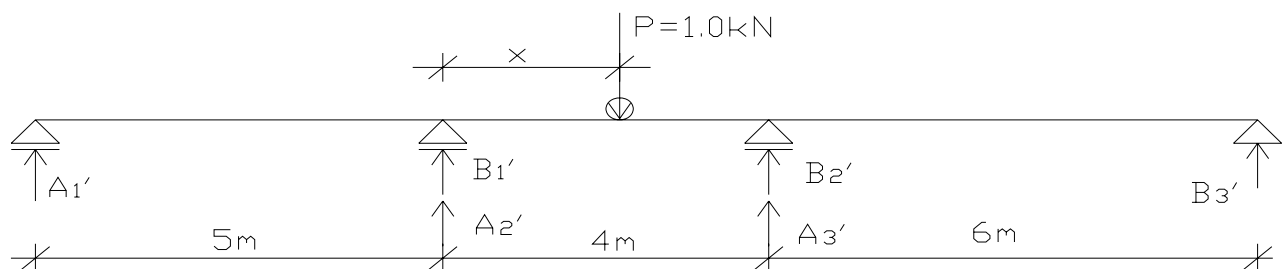
$$M_2 = -3.73M_3$$

$$M_3 = 0.395 \omega_D$$

za I polje

$$M_2 = -1.473 \omega_D$$

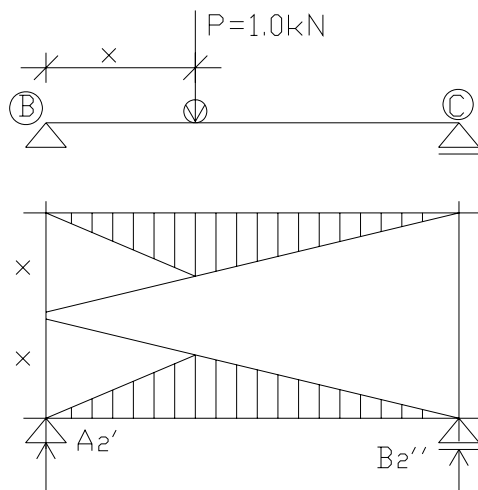
ii) sila  $P=1.0\text{kN}$  u II polju



$$A_2' \neq B_2' \neq 0$$

$$A_1' = B_1' = A_3' = B_3' = 0$$

$$D_1 = B_2' \quad D_2 = B_2'$$



$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow B_2' = \frac{16}{6} \omega_D \quad ; \quad B_2'' = 1.364 \omega_D = D_2'$$

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow A_2' \cdot l_2 - \left[ \frac{1}{2} x l_2 \frac{2}{3} l_2 - \frac{1}{2} x - x \left( \frac{x}{3} + \frac{x}{3} + l_2 - x \right) \right] = 0$$

$$A_2' \cdot l_2 = \frac{x l_2^2}{3} - \frac{x^2}{2} (l_2 - \frac{2}{3} x)$$

$$A_2' = \frac{x l_2}{3} + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{l_2} = \frac{l_2^2}{6} \left( \frac{2x}{l_2} - \frac{3x^2}{l_2^2} + \frac{2x^3}{l_2^3} \right)$$

$$A_2' = \frac{l_2^2}{6} (2\xi - 3\xi^2 + 2\xi^3) = \frac{l_2^2}{6} \omega_D'$$

$$D_1' = A_2'' = A_2' \cdot \frac{I_c}{I_3} = \frac{16}{6} \omega_D' \cdot 0.512 = 1.365 \omega_D'$$

KLAPAJRONEVE JEDNAČINE

$$9.23M_2 + 2.05M_3 = -8.19 \omega_D'$$

za II polje

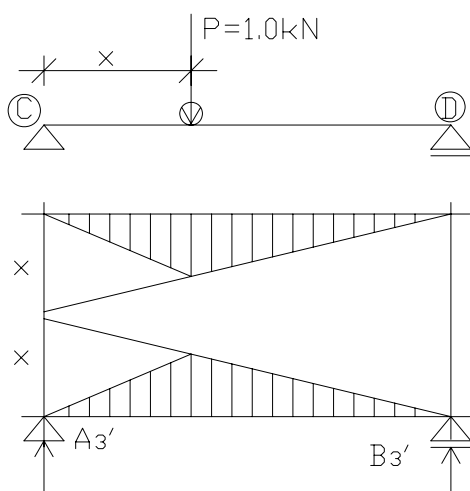
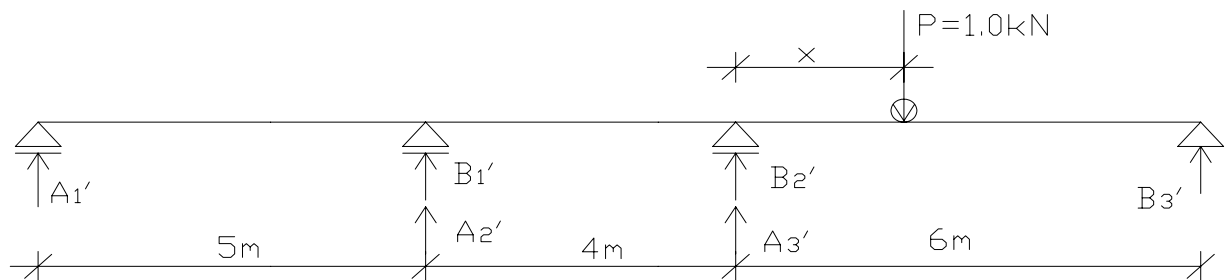
$$2.05M_2 + 7.656 = -8.19 \omega_D'$$

$$M_2 = -0.887 \omega_D' - 0.222 M_3$$

$$M_3 = -1.137 \omega_D' + 0.252 \omega_D'$$

$$M_2 = 0.252 \omega_D' - 0.943 \omega_D'$$

iii) sila  $P=1.0\text{kN}$  u III polju



$$A_3' \neq B_3' \neq 0$$

$$A_1' = B_1' = A_2' = B_2' = 0$$

$$D_1 = 0 ; \quad D_2 = A_3'$$

$$A_3' = \frac{l_3^2}{6} \omega_D' = 6 \omega_D'$$

$$D_2' = A_3' \frac{I_c}{I_4} = 6 \omega_D' * 0.296 = 1.776 \omega_D'$$

KLAPEJRONOVE JEDNAČINE

$$9.23M_2 + 2.05M_3 = 0$$

$$2.05M_2 + 7.656M_3 = -10.65 \omega_D'$$

$$M_2 = -0.222 M_3$$

$$M_3 = -1,479 \omega_D'$$

$$M_2 = 0,328 \omega_D'$$

za polje III

$\xi$	0,1	0,2	0,3	0,333	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\omega_D$	0,099	0,192	0,273	0,296	0,336	0,375	0,384	0,357	0,288	0,171
$\omega_D'$	0,171	0,288	0,357	0,3703	0,384	0,375	0,336	0,273	0,192	0,099

POLJE I :

$$M_3 = 0.395 \omega_D$$

$$M_2 = -1.473 \omega_D$$

$\xi$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$M_3$	0,039	0,076	0,108	0,133	0,148	0,152	0,141	0,114	0,068
$M_2$	-0,146	-0,283	-0,402	-0,495	-0,552	-0,566	-0,526	-0,424	-0,252

POLJE II

$$M_3 = -1,137 \omega_D + 0,252 \omega_D'$$

$$M_2 = 0,252 \omega_D - 0,943 \omega_D'$$

$\xi$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$M_3$	-0,069	-0,146	-0,220	-0,285	-0,332	-0,352	-0,337	-0,279	-0,169
$M_2$	-0,136	-0,223	-0,268	-0,277	-0,259	-0,220	-0,167	-0,108	-0,050

POLJE III

$$M_3 = -1479 \omega_D'$$

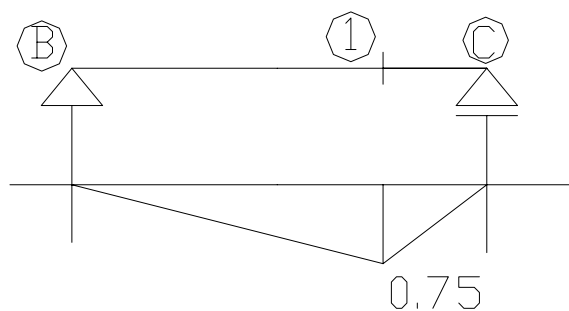
$$M_2 = 0,328 \omega_D'$$

0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
-0,253	-0,426	-0,528	-0,568	-0,555	-0,497	-0,404	-0,284	-0,146
0,056	0,094	0,117	0,126	0,123	0,110	0,090	0,063	0,032

Uticajna linija u presjeku 1 za momenat

$$M_1 = M_1^0 + \frac{l_2 - x}{l_2} M_2 + \frac{x}{l_2} M_3$$

$$M_1 = M_1^0 + 0,25M_2 + 0,75M_3 \quad \text{za I i II polje } M_1^0 = 0$$



iz sličnosti trouglova dobiva se  $M_1^0$

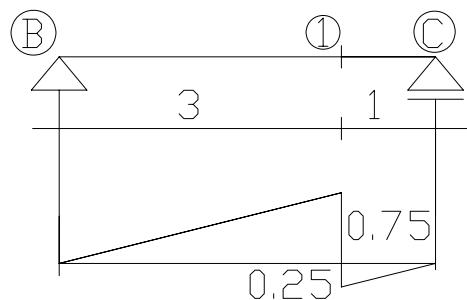
polje	$\xi$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,9
I	$0,25M_2$	-0,036	-0,071	-0,101	-0,124	-0,138	-0,141	-0,131		-0,106	-0,063
	$0,75M_3$	-0,001	0,027	0,051	0,070	0,081	0,084	0,076		0,055	0,021
	$M_1$	-0,037	-0,044	-0,050	-0,054	-0,057	-0,058	-0,056		-0,051	-0,042
II	$0,25M_2$	-0,034	-0,056	-0,067	-0,069	-0,065	-0,055	-0,042	-0,034	-0,106	-0,063
	$0,75M_3$	-0,052	-0,109	-0,165	-0,214	-0,249	-0,264	-0,253	-0,231	-0,209	-0,127
	$M_1^0$	0,1	0,2	0,3	0,400	0,5	0,6	0,7	0,75	0,6	0,3
	$M_1$	0,014	0,035	0,068	0,117	0,186	0,281	0,405	0,485	0,285	0,110
III	$0,25M_2$	0,014	0,024	0,029	0,031	0,031	0,028	0,022		0,016	0,008
	$0,75M_3$	-0,1897	-0,3195	-0,396	-0,426	-0,416	-0,373	-0,303		-0,213	-0,10982
	$M_1$	-0,278	-0,398	-0,469	-0,496	-0,487	-0,447	-0,382		-0,299	-0,204

Uticajna linija u presjeku 1 za T- silu



$$T_1 = T_1^0 - \frac{M_2 - M_3}{l_2}$$

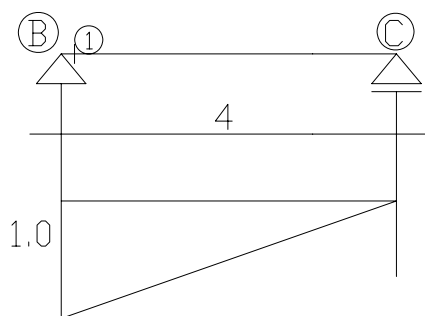
$$T_1 = T_1^0 - 0.25M_2 + 0.25M_3$$



iz sličnosti trouglova dobiva se  $T_1^0$

polje	$\xi$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,75	0,8	0,900
I	-0,25M <sub>2</sub>	0,036	0,071	0,101	0,124	0,138	0,141	0,131			0,106	0,063
	0,25M <sub>3</sub>	0,010	0,019	0,027	0,033	0,037	0,038	0,035			0,028	0,017
	$T_1$	0,046	0,090	0,127	0,157	0,175	0,179	0,167			0,134	0,080
II	$T_1^0$	-0,075	-0,15	-0,225	-0,3	-0,375	-0,45	-0,525	-0,75	0,25	0,2	0,100
	-0,25M <sub>2</sub>	0,034	0,056	0,067	0,069	0,065	0,055	0,042	0,034	0,023	0,027	0,013
	0,25M <sub>3</sub>	-0,017	-0,036	-0,055	-0,071	-0,083	-0,088	-0,084	-0,077	-0,077	-0,071	-0,037
	$T_1$	-0,058	-0,131	-0,213	-0,302	-0,393	-0,483	-0,567	-0,793	0,196	0,156	0,076
III	-0,25M <sub>2</sub>	-0,014	-0,024	-0,029	-0,031	-0,031	-0,028	-0,022			-0,016	-0,008
	0,25M <sub>3</sub>	-0,063	-0,106	-0,132	-0,142	-0,139	-0,124	-0,101			-0,071	-0,037
	$T_1$	-0,077	-0,130	-0,161	-0,173	-0,169	-0,152	-0,123			-0,087	-0,045

**Uticajna linija za  $T_B^D$**



iz sličnosti trouglova dobiva se  ${}^D T_B^0$

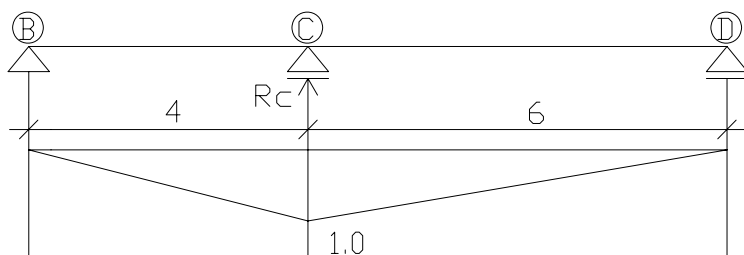
$$T_B^D = {}^D T_B^0 - \frac{M_2 - M_3}{l_2} = {}^D T_B^0 - 0.25M_2 + 0.25M_3$$

polje	$\xi$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
II	${}^D T_B^0$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
	-0,25M <sub>2</sub>	0,034	0,056	0,067	0,069	0,065	0,055	0,042	0,027	0,013
	0,25M <sub>3</sub>	-0,0174	-0,0364	-0,055	-0,071	-0,083	-0,088	-0,084	-0,07	-0,0424
	$T_B^D$	0,917	0,819	0,712	0,598	0,482	0,367	0,258	0,157	0,070
I	$T_B^D$	0,046	0,090	0,127	0,157	0,175	0,179	0,167	0,134	0,080
III	$T_B^D$	-0,077	-0,130	-0,161	-0,173	-0,169	-0,152	-0,123	-0,087	-0,045

### Uticajna linija za reakciju $R_C$

$$R_C = {}^d T_C^0 - {}^l T_C^0 - M_3 \left( \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} \right) + M_2 \frac{1}{l_2}$$

$$R_C = {}^d T_C^0 - {}^l T_C^0 - 0,416M_3 + 0,25M_2$$



polje	$\xi$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
I	-0,416M <sub>2</sub>	0,061	0,118	0,167	0,206	0,230	0,235	0,219	0,176	0,105
	0,166M <sub>3</sub>	0,006	0,013	0,018	0,022	0,025	0,025	0,023	0,019	0,011
	$R_C$	0,067	0,130	0,185	0,228	0,254	0,260	0,242	0,195	0,116
II	$T_C^d$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
	-0,416M <sub>2</sub>	0,057	0,093	0,111	0,115	0,108	0,092	0,070	0,045	0,021
	0,166M <sub>3</sub>	-0,012	-0,024	-0,037	-0,047	-0,055	-0,058	-0,056	-0,046	-0,028
	$R_C$	0,145	0,269	0,375	0,468	0,553	0,633	0,714	0,799	0,893
III	$T_C^l$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
	-0,416M <sub>2</sub>	0,135	0,227	0,281	0,302	0,295	0,265	0,215	0,151	0,078
	0,166M <sub>3</sub>	0,012	0,021	0,026	0,028	0,027	0,024	0,020	0,014	0,007
	$R_C$	1,047	1,048	1,007	0,930	0,822	0,689	0,535	0,365	0,185

